– POSTAW NA JAKOŚĆ –
CYKL TEKSTÓW Z ZAKRESU EWALUACJI PROJEKTÓW SPOŁECZNYCH

Lidia Kuczmierowska

Badania ilościowe w ewaluacji - do czego potrzebna jest nam statystyka? cz. I

2/2008

Artykuł powstał w ramach projektu „Postaw na jakość – ewaluacja jako narzędzie zarządzania projektami w instytucjach publicznych zajmujących się polityką społeczną”

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską
w ramach Programu Środki Przejściowe 2005
Wielosektorowy Projekt Wzmocnienia Zdolności Administracyjnych

Niniejszy dokument został opublikowany dzięki pomocy finansowej Unii Europejskiej. Za treść tego dokumentu odpowiada Stowarzyszenie BORIS, poglądy nim wyrażone nie odzwierciedlają w żadnym razie oficjalnego stanowiska Unii Europejskiej.

Stowarzyszenie Biuro Obsługi Ruchu Inicjatyw Społecznych BORIS
ul. Ogrodowa 50 lok.1, 00-876 Warszawa
tel./fax (22) 620 31 92, (22) 890 94 49,
www.boris.org.pl, e-mail: boris@boris.org.pl

Warszawa 2008

Badania ilościowe w ewaluacji - do czego potrzebna jest nam statystyka cz. I

Tradycyjne podejście do badań społecznych dzieliło je w zdecydowany sposób na dwa główne rodzaje: badania ilościowe i badania jakościowe. Jako badania ilościowe definiowano te przeprowadzane na stosunkowo dużych grupach, najczęściej reprezentatywnych dla danej populacji, z wykorzystaniem metod statystycznych przy doborze próby i analizowaniu wyników. Z kolei badania jakościowe miały koncentrować się na małych grupach lub wręcz pojedynczych osobach i wyjaśniać przyczyny i skutki różnych zjawisk, postaw, zachowań. Klasycznym kryterium rozróżniającym obie metody były leżące u ich podstaw pytania: badania ilościowe poszukiwały odpowiedzi na pytanie „ile?", zaś badania jakościowe na pytania „jak?" i „dlaczego?". Dziś odchodzi się od tych rygorystycznych podziałów; coraz więcej badaczy przyznaje, że granica między badaniami ilościowymi a jakościowymi nie jest tak wyraźna, jak mogłoby to się wydawać. Badacze „jakościowi" porządkując zebrane dane czy też chcąc je lepiej zaprezentować posługują się metodami statystycznymi, zaś badacze „ilościowi" przy doborze próby czy formułowaniu hipotez muszą wykazać się znajomością uwarunkowań kulturowych i procesów społecznych. Po tym wstępie, który miał zwrócić uwagę na to, iż świat badań nie jest wcale tak czarno-biały, przejdźmy jednak do konkretów – spróbujmy odpowiedzieć na pytanie, do czego w badaniach ewaluacyjnych potrzebna jest nam statystyka.

Zasadniczo ujmując, do dwóch celów: po pierwsze - po to, żeby móc opisać własności pewnej zbiorowości; po drugie – żeby z określoną dokładnością poznać własności pewnej większej zbiorowości na podstawie próby. Co to znaczy? Załóżmy, że realizujemy projekt, który ma przygotować osoby zagrożone bezrobociem do uruchomienia własnej działalności gospodarczej. Osoby te przechodzą cykl szkoleń, mogą skorzystać z doradztwa, a ci, którzy przygotują najlepsze biznesplany mogą liczyć na niewielką dotację na uruchomienie firmy. Projekt zakłada bowiem, iż część uczestników założy własne mikroprzedsiębiorstwa. Naszą zbiorowością, którą będziemy badać, są po prostu uczestnicy projektu. Moglibyśmy pójść też dalej i badać jeszcze inną zbiorowość – firmy założone przez uczestników.

To, co najczęściej robimy w badaniach ewaluacyjnych i co zresztą jest najprostsze – to opisanie jednej lub kilku zbiorowości. Zbiorowością, jak to nawet widać z naszego prostego przykładu, mogą być grupy ludzi, gospodarstwa domowe, organizacje, grupy innych dających się wydzielić jednostek. Prawie zawsze wykorzystujemy do tego tzw. metody opisu statystycznego. Opis statystyczny obejmować może: analizę struktury, analizę współzależności cech oraz analizę dynamiki. Najczęściej stosowana jest analiza struktury; pozostałe badania wymagają już bardziej zaawansowanej znajomości statystyki i w prostych ewaluacjach są rzadko spotykane.

Badanie współzależności cech ma dostarczyć nam odpowiedzi na pytanie, czy istnieje możliwy do zaobserwowania związek pomiędzy dwoma lub więcej cechami danej zbiorowości, jeśli tak – jak silna jest to zależność, jaki jest kierunek (czy jeśli zmienia się jedna z cech, druga zmienia się w tym samym czy też odwrotnym kierunku), czy można tę zależność opisać przy pomocy jakiejś funkcji. Istotne może być też pytanie o charakter tej zależności: czy jest to zwykła korelacja (po prostu stwierdzamy, iż kiedy zmienia się jedna z cech, zmienia się też druga), czy może mamy do czynienia ze związkiem przyczynowo-skutkowym. Jakie zależności możemy badać? Różne – np. czy występuje zależność między faktem założenia firmy a płcią uczestnika projektu, czy kwota zaciągniętych kredytów zależy od wieku kredytobiorcy, czy pracownicy z wyższym wykształceniem więcej zarabiają itd. W przypadku niedużych zbiorowości możemy czasem „gołym okiem" zauważyć, czy i jaka zależność występuje pomiędzy zebranymi danymi, jednak jeśli mamy do czynienia z większymi zbiorowościami, ta prosta metoda już się nie wystarcza. Musimy wyznaczać takie parametry jak kowariancja, współczynniki korelacji albo tzw. statystyki chi-kwadrat, współczynniki regresji i inne, co nie jest już takie łatwe.

Analiza dynamiki dotyczy z kolei badania zmian wartości pewnej cechy w czasie. Czas staje się tu dodatkowym wymiarem, na który w badaniu zależności nie zwracaliśmy uwagi. Najczęściej mówi się o dwóch grupach metod analizy dynamiki: metodach indeksowych i dekompozycji szeregu czasowego. Pierwsze pozwalają ocenić kierunek i natężenie zmian danej cechy (czy nastąpił wzrost czy spadek i jak duża była to zmiana); drugie – szukają prawidłowości w zmianach w czasie badanego zjawiska (czy są to zmiany regularne, cykliczne, przypadkowe) oraz analizują ich przyczyny.

Badaniem współzależności ani analizą dynamiki nie będziemy się dalej zajmować – przejdziemy do analizy struktury, bo to może zrobić każdy, kto opanował podstawowe działania arytmetyczne. Najpierw musimy wprowadzić pojęcie rozkładu. Książkowa definicja mówi, iż rozkład cechy to opis wartości cechy statystycznej przy pomocy prawdopodobieństwa jej wystąpienia. Dalej trochę niejasne?... Jeśli np. interesuje nas taka cecha, jak wyniki testu końcowego uczestników projektu, to oczywiście musimy po pierwsze zebrać wszystkie te oceny (nad tym, czy zawsze wszystkie – to temat na osobny artykuł). Załóżmy, że wyniki testu były następujące:

1 1 3 4 4 3 5 3 3 4 4 5 4.

Tak przedstawione dane niewygodnie się analizuje, w ogóle nie bardzo wiadomo, co z takim szeregiem dalej zrobić. I tu bardzo przydatny staje się rozkład, który pokaże nam, ile razy występuje dana ocena. Ilość wystąpień danej cechy (tu: oceny) – to tzw. częstość, którą w praktyce badania rozkładów posługujemy się częściej niż prawdopodobieństwem. Zamiast długiego wiersza liczb mamy więc tabelkę:

Ocena	Ilość wystąpień danej oceny (częstość)
1	2
2	0
3	4
4	5
5	2
6	0

Rozkład można też przedstawić na wykresie, gdzie na osi poziomej zaznaczymy wszystkie możliwe oceny (od 1 do 6), na pionowej – częstość. Ale już nawet patrząc na tabelkę widzimy, iż najwięcej ocen - to trójki i czwórki.

Wiemy już, co to jest rozkład danej cechy, możemy więc zająć się jego najważniejszymi charakterystykami. Są to: położenie, zwane też tendencją centralną; dyspersja, czyli rozproszenie oraz kształt rozkładu. Zacznijmy od położenia (tendencji centralnej).

Miary tendencji centralnej, czyli jak znaleźć typowe wartości interesującej nas cechy

Podstawowymi miarami położenia są: średnia arytmetyczna; wartość występującą najczęściej, nazywana dominantą oraz wartość środkowa, czyli inaczej mediana. Na pytanie, po co nam aż trzy miary odpowiemy później. Zacznijmy jednak od przypomnienia definicji każdego z tych wskaźników.

Średnia arytmetyczna – to iloraz sumy wartości danej cechy w badanej zbiorowości dzielonej przez liczbę jednostek zbiorowości.

Chcąc wyliczyć średnią arytmetyczną ocen z poprzedniego wykładu, musimy po prostu dodać do siebie wszystkie oceny i podzielić otrzymaną sumę przez ilość tych ocen. Tabelka, którą przygotowaliśmy, ułatwi nam to zadanie – wiemy bowiem, ile razy występuje każda ocena. Mamy więc:

$$\text{średnia ocen} = (1\cdot 2 + 2\cdot 0 + 3\cdot 4 + 4\cdot 5 + 5\cdot 2 + 6\cdot 0)\ (2 + 4 + 5 + 2) = 44 : 13 = 3{,}38.$$

Sprawa nieco się komplikuje, kiedy zamiast danych indywidualnych będziemy dysponować przedziałami. Załóżmy, że chcemy wyliczyć średnie wynagrodzenie osób pracujących w małych i średnich firmach, które uczestniczyły w pewnym projekcie. W takiej sytuacji łatwiej jest nam, zamiast zbierać dokładne informacje od każdej z badanych osób, posłużyć się pewnymi przedziałami. Załóżmy, że otrzymaliśmy następujące wyniki:

Wynagrodzenie brutto	Liczba osób
500 – 1500	4
1500 – 2500	7
2500 – 3500	15
3500 – 4500	10
4500 – 5500	6
5500 – 6500	3

Dla uproszczenia przyjęliśmy, iż przedziały są otwarte (gdybyśmy chcieli konstruować te przedziały na użytek ankiety, muszą one być rozłączone, tak żeby osoba np. zarabiająca 2500 zł miała tylko jedną możliwość zaznaczenia właściwego przedziału).

Chcąc znaleźć wielkość średniej dla pogrupowanych danych, powinniśmy posłużyć się tzw. średnią ważoną. W tym celu musimy znaleźć dla każdego przedziału jego środek, następnie wartości środkowe pomnożyć przez ilość jednostek w danym przedziale, iloczyny te zsumować i podobnie jak poprzednio – wszystko podzielić przez łączną liczbę jednostek.

Dla naszego przykładu będzie to wyglądać tak:

Wynagrodzenie brutto	Liczba osób	Środki przedziałów	liczba osób x wartość środka przedziału
500 – 1500	4	1000	$4 \cdot 1000 = 4000$
1500 – 2500	7	2000	$7 \cdot 2000 = 14000$
2500 – 3500	15	3000	$15 \cdot 3000 = 45000$
3500 – 4500	10	4000	$10 \cdot 4000 = 40000$
4500 – 5500	6	5000	$6 \cdot 5000 = 30000$
5500 – 6500	3	6000	$3 \cdot 6000 = 18000$
Razem:	45		

Stąd już prosta droga do wyliczenia poszukiwanej średniej:

średnie wynagrodzenie = (4000 + 14000 + 45000 + 40000 + 30000 + 18000) : 45 = 3356 zł

Należy jednak zaznaczyć, iż jeśli rozkład cechy jest skrajnie asymetryczny, tzn. najwięcej jednostek cechy będzie odnotowywanych dla przedziałów o najniższych lub najwyższych wartościach (np. mielibyśmy dużo wskazań dla przedziału 0-1500 zł lub 5500 – 6500 zł), z liczenia średniej w ten sposób należy zrezygnować, gdyż będzie ona obarczona dużym błędem. Faktyczna średnia liczona na podstawie indywidualnych wartości znacznie różniłaby się od tej wyliczonej w pokazany powyżej sposób.

Druga z miar położenia, **dominanta – nazywana czasem wartością modalną – to wartość najczęściej występująca w danej zbiorowości.** Wyznaczenie dominanty sprowadza się po prostu do wskazania jej wartości. Jeśli popatrzymy na naszą wcześniejszą tabelę z ocenami uzyskanymi przez uczestników projektu, zauważymy, iż najwięcej było czwórek. 4 będzie więc w tym przypadku dominantą. Nieco trudniej jest wyznaczyć dominantę, kiedy mamy do czynienia z przedziałami. W takim przypadku otrzymujemy zresztą jedynie przybliżoną wartość dominanty, znajdującą się gdzieś między dolną i górną granicą przedziału dominującego. Najpierw musimy oczywiście zidentyfikować ten dominujący przedział, czyli taki, w którym skupiło się najwięcej jednostek. Dla przykładu z wynagrodzeniami będzie to przedział 2500-3500 zł; mamy tam aż 15 wskazań. Dominantę wyliczamy z przybliżonego wzoru:

$$D = X_d + \frac{N_d - N_{d-1}}{(N_d - N_{d-1}) \cdot (N_d - N_{d+1})} \cdot H_d$$

gdzie: X_d – dolna granica przedziału dominanty, N_d – liczebność przedziału dominanty, N_{d-1} – liczebność przedziału poprzedzającego dominantę, N_{d+1} – liczebność przedziału następnego po przedziale dominanty, H_d – rozpiętość przedziału dominanty.

Potrzebne do wyliczenia dominanty wartości w naszym przykładzie wyglądają następująco:
- dolna granica przedziału dominanty – to 2500,
- liczebność przedziału dominanty (ile jednostek zawiera się w tym przedziale) – 15,
- liczebność przedziału poprzedzającego (przedział poprzedzający: 1500-2500) – to 7,
- liczebność następnego przedziału (czyli przedziału 3500-4500) – to 10,
- rozpiętość przedziału dominanty(3500 – 2500 = 1000) – to 1000.

Podstawiając te wartości do powyższego wzoru otrzymamy, iż nasza dominanta wynosi:

$$2500 + \frac{15 - 7}{(15 - 7) \cdot (15 - 10)} \cdot 1000 = 2500 + \frac{8000}{40} = 2700 \text{ zł}$$

Trzecia miara tendencji centralnej – to mediana, zwana też wartością środkową. Ta druga nazwa jest jednocześnie jej definicją: **mediana – to wartość leżąca pośrodku uporządkowanego zbioru badanej przez nas cechy; poniżej i powyżej tej wartości znajduje się taka sama ilość elementów zbioru.** Jak wyliczamy wartość mediany?

Po pierwsze, musimy najpierw uporządkować naszą zbiorowość od wartości najmniejszej do największej lub odwrotnie, a potem znaleźć wartość, która znajduje się dokładnie po środku.

Dla nieparzystej liczby elementów mamy jedną środkową wartość. Jeśli mamy trójelementowy zbiór danych, to druga w kolejności dana będzie wartością środkową; jeśli pięcioelementowy – będzie to trzecia wartość. Ogólny wzór pozwalający wyliczyć, która w kolejności wartość jest medianą ma w tym przypadku postać (n + 1)/2; n – to ilość wszystkich elementów naszej zbiorowości. Załóżmy, że badamy zbiorowość złożoną z 13 elementów (oceny z testu z pierwszego przykładu). Medianą będzie siódma w kolejności wartość: (13 + 1)/2 = 7.

1 1 3 3 3 3 **4** 4 4 4 4 5 5

Znajdujemy tę siódmą wartość, no i otrzymujemy, iż mediana wynosi 4. Tyle samo co dominanta, ale troszkę więcej niż średnia arytmetyczna.

Dla zbiorów parzystych mamy dwie środkowe jednostki, a mediana znajduje się pośrodku między nimi i jest równa średniej arytmetycznej tych dwóch wartości. Numery wartości środkowych obliczamy w tym przypadku jako n/2 oraz (n + 2)/2. Jeśli do grupy uczestników projektu, którzy zdali test końcowy doszedłby jeszcze jeden absolwent uzyskujący ocenę 3, nasz zbiór wyglądać będzie tak:

1 1 3 3 3 3 **3** **4** 4 4 4 4 5 5

Nasze wartości środkowe to w kolejności oceny: siódma (14: 2) oraz ósma (16 : 2), czyli 3 i 4. Wartość mediany wyniesie w tym przypadku:

$$\text{mediana} = \frac{(3 + 4)}{2} = 3{,}5$$

Teraz możemy przejść do odpowiedzi na wcześniej postawione pytanie: po co nam te trzy miary położenia. Średnia arytmetyczna jest dobra miarą, jeśli wartości cechy w naszej zbiorowości są równomiernie rozłożone wokół tej wartości – tak jak to jest w przypadku naszych średnich ocen. Mamy najwięcej trójek i czwórek, ale pojawiają się też oceny skrajne leżące po obu stronach skali – są jedynki, i są piątki. Jeśli jednak mamy do czynienia z asymetrycznym rozkładem (pojawia się dużo wartości maksymalnych lub minimalnych) albo wyskakują nam wartości zupełnie różne od pozostałych danych, średnia arytmetyczna nie będzie dobrze ilustrowała, nazwijmy to umownie, wartości przeciętnych, ponieważ będzie w stosunku do nich albo zawyżona, albo zaniżona. W takiej sytuacji lepiej jest posłużyć się dominantą. Z kolei z porównania średniej i mediany dowiemy się, jak bardzo asymetryczny jest nasz rozkład. Do tego wrócimy jeszcze później.

Dyspersja, czyli jak mierzyć zróżnicowanie zjawiska

W skład badanej zbiorowości najczęściej wchodzą niejednakowe jednostki – wiek uczestników naszego projektu na ogół jest zróżnicowany, podobnie może być w przypadku badania firm pod względem ilości zatrudnianych pracowników czy dochodów rodzin z naszej gminy. Średnia jest tylko jedną liczbą, która zaciera te różnice. Pokażmy to na przykładzie.

Z funduszu pożyczkowego w dwóch turach skorzystało po 7 lokalnych firm. Ich charakterystyka pod względem liczby zatrudnianych pracowników wyglądała następująco:

Liczba pracowników firm z I tury	Liczba pracowników firm z II tury
1	5
1	5
13	5
15	5
2	5
2	5
1	5

Średnie zatrudnienie, jak łatwo można się przekonać, w obu przypadkach wynosi 5 osób, jednak zróżnicowanie firm w I turze było pod tym względem znaczne. Zróżnicowanie cech w danej zbiorowości jest istotną jej własnością – musimy je znać po to, żeby nie wyciągać potem nieuprawnionych wniosków, także po to, żeby lepiej zrozumieć procesy, jakim podlega nasza badana zbiorowość (np. kto potem lepiej poradził sobie ze spłatą pożyczki – mniejsze czy większe firmy, a może średnie).

Najczęściej stosowane miary zróżnicowania to wariancja i odchylenie standardowe. **Wariancja to średnia arytmetyczna kwadratów odchyleń wartości cechy od średniej.** Jak zastosować tę definicję do obliczenia wariancji?

Firma	Liczba pracowników firm z I tury	Odchylenia liczby pracowników danej firmy od średniej	Kwadraty odchyleń od średniej
1	1	1 – 5 = -4	16
2	1	1 – 5 = -4	16
3	13	13 – 5 = 8	64
4	15	15 – 5 = 10	100
5	2	2 – 5 = -3	9
6	2	2 – 5 = -3	9
7	1	1 – 5 = -4	16
Suma	35	0	230

Otrzymana wartość 230 – to suma kwadratów odchyleń (liczb pracowników w poszczególnych firmach od średniej liczby pracowników dla wszystkich 7 firm). Chcąc obliczyć wariancję, musimy po prostu policzyć średnią arytmetyczną dla kwadratów odchyleń, czyli:

wariancja = 230 : 7 = 32,8.

Pierwsze pobieżne nawet zestawienie średniej i wariancji mówi nam już o dużym zróżnicowaniu zbioru. No, ale zaraz – co my tu w ogóle otrzymaliśmy? Tak, tak – 32,8 pracownika do kwadratu. Z tego względu wariancja nie jest wygodną miarą, nie ma ona praktycznego wymiaru. Stąd lepiej jest posługiwać się inną miarą – odchyleniem standardowym. **Odchylenie standardowe – to po prostu pierwiastek z wariancji**[1].

[1] Dla osób zupełnie na bakier z matematyką przypomnę, iż tzw. pierwiastkowanie jest działaniem odwrotnym do potęgowania. Kiedy podnosimy liczbę do potęgi, mnożymy ją samą przez siebie odpowiednią ilość razy; kiedy

Dla naszego przykładu odchylenie standardowe wyniesie:

odchylenie standardowe = √ 32,8 = 5,7 pracownika.

Tak duża wartość odchylenia standardowego, pokazuje nam, iż średnia arytmetyczna wynosząca 5 jest po prostu nieużyteczną miarą tendencji centralnej dla naszego zbioru. Nasz wynik mówi bowiem, iż przy średniej zatrudnienia w badanych firmach wynoszącej 5 pracowników, przeciętne odchylenie liczby zatrudnionych w poszczególnych firmach od tej średniej wynosi 5,7 pracownika 9więcej niż sama średnia). Mimo iż odchylenie standardowe rozwiązuje nam już problem miar (mamy pracowników, oceny, złotówki itp. nie podnoszone do kwadratu), jednak w dalszym ciągu nie daje nam czytelnej i jednoznacznej informacji na temat tego, jak bardzo zróżnicowane są jednostki naszego zbioru pod względem badanej cechy. Poza tym, gdybyśmy chcieli opisywać badane firmy uwzględniając np. ich roczne obroty, to posługując się odchyleniem standardowym nie będziemy wiedzieli, czy zbiór firm jest bardziej zróżnicowany pod względem zatrudnienia, czy też obrotów – nie możemy przecież porównać ze sobą wielkości wyrażonej w pracownikach i wielkości wyrażonej w złotówkach. Dlatego wprowadzono jeszcze inną miarę zróżnicowania – współczynnik zmienności.

Tzw. klasyczny współczynnik zmienności – to stosunek odchylenia standardowego do średniej arytmetycznej, wyrażony w procentach. Dla zbioru 7 firm wyniesie on:

współczynnik zmienności = (5,7 : 5) · 100% = 114%.

Oznacza to, że odchylenie standardowe stanowi 114% średniej. To dużo. Gdybyśmy np. mieli inny zbiór firm, dla którego współczynnik zmienności wyniósłby 20%, oznaczałoby to, że ta druga grupa firm jest znacznie mniej zróżnicowana pod względem zatrudnienia. Wykorzystując współczynnik zmienności, moglibyśmy też badać zróżnicowanie naszej pierwszej siódemki firm pod względem innej cechy, np. rentowności.

Ocena asymetrii, czyli jakich wartości danej cechy jest tak naprawdę najwięcej

Ocena asymetrii pozwala ustalić, jakie wartości cechy przeważają w naszym zbiorze. Jeśli nie są one skupione wokół wartości centralnej, nasz rozkład będzie asymetryczny. Większość wartości danej cechy (np. przeciętne wynagrodzenie pracowników, wiek uczestników projektu, poziom satysfakcji wyrażony w pewnych miarach liczbowych) będzie przesunięta albo w kierunku wartości dużych (w stosunku do wartości przeciętnej), albo w kierunku małych. Mówimy o asymetrii prawo- lub lewostronnej.

Asymetrię można ocenić przy pomocy tzw. trzeciego momentu centralnego. **Trzeci moment centralny – to średnia odchyleń wartości od średniej podniesiona do trzeciej potęgi** (trzykrotnie pomnożona przez samą siebie). Wyznaczając wariancję, zadaliśmy sobie już trud wyliczenia odchyleń, które potem podnosiliśmy do kwadratu, a na koniec szukaliśmy ich średniej. Teraz musimy wykonać podobną operację, tyle tylko, że wszystkie różnice między poszczególnymi wartościami cechy a średnią podnosimy do trzeciej potęgi. Nie będziemy już

---

wyciągamy pierwiastek, zastanawiamy się, jaka to liczba została podniesiona do potęgi dając wartość pod pierwiastkiem. Tu ciekawostka: symbol tego działania – to „ptaszek z daszkiem" √, zaproponowany do oznaczania pierwiastkowania jeszcze w XVI wieku.

tu wspólnie wyliczać momentu centralnego (dla ułatwienia można by skonstruować podobną tabelkę jak ta, którą wykorzystaliśmy do obliczenia wariancji), od razu przechodząc do końcowego działania. Suma odchyleń od średniej podniesionych do trzeciej potęgi wynosi +1266, stąd ich średnia równa jest +180,8. Ponieważ jest to wartość dodatnia, mamy do czynienia z asymetrią prawostronna (przesunięcie w kierunku wyższych wartości). Ogólną zasadą jest bowiem, iż:
- kiedy trzeci moment centralny równy jest zero, asymetria nie występuje;
- kiedy jest dodatni, występuje asymetria prawostronna;
- kiedy jest ujemny, mamy lewostronną asymetrię.

Siłę asymetrii pozwala z kolei określić **współczynnik asymetrii, który otrzymujemy dzieląc moment centralny przez odchylenie standardowe podniesione do trzeciej potęgi.** Dla zatrudnienia w badanych firmach współczynnik asymetrii wyniesie więc:

$$\frac{180{,}8}{5{,}7 \cdot 5{,}7 \cdot 5{,}7} = 180{,}8 : 185{,}2 = 0{,}98.$$

Czy otrzymana wartość to dużo, czy mało? Współczynnik asymetrii wynoszący 2 uznawany jest za miarę bardzo silnej symetrii, aż tak asymetryczne zbiorowości rzadko się zdarzają. Gdyby jednak trafił nam się tak asymetryczny zbiór, musielibyśmy się mocno zastanowić, jak go w ogóle analizować. Niektórzy autorzy proponują przyjąć, iż:
- jeśli współczynnik asymetrii zawiera się w przedziale 0,00-0,7 – występuje słaba asymetria;
- jeśli współczynnik asymetrii zawiera się w przedziale 0,71-1,4 – występuje umiarkowana asymetria;
- w przypadku współczynnika asymetrii z przedziału 1,41-2,00 – mamy do czynienia z silną asymetrią.

Znacznie prostszym, niż wyliczanie trzeciego momentu centralnego, sposobem sprawdzenia kierunku asymetrii jest obliczenie różnicy między średnią arytmetyczną a dominantą. Różnica ta nazywana jest wskaźnikiem skośności:

wskaźnik skośności = średnia arytmetyczna – dominanta.

Jeśli wskaźnik równy jest zero, rozkład jest symetryczny; jeśli jest większy od zera – występuje asymetria prawostronna; jeśli zaś jest mniejszy od zera – asymetria lewostronna.

Mając już wyliczony wskaźnik skośności, można już łatwo wyznaczyć współczynnik skośności, służący do oceny siły asymetrii:

$$\text{współczynnik skośności} = \frac{\text{wskaźnik skośności}}{\text{odchylenie standardowe}}.$$

Również dla tego współczynnika można zbudować skalę ocen:
- jeśli współczynnik skośności zawiera się w przedziale 0,00-0,3, występuje słaba asymetria;
- jeśli zawiera się w przedziale 0,31-0,6, mamy umiarkowaną asymetrię;
- jeśli zaś mieści się w przedziale 0,61-1,00, asymetria jest silna.

Dla naszego przykładu współczynnik skośności wyniesie:

współczynnik skośności = (5 – 1) : 5,7 = 0,70 [2]

Oceniając asymetrię przy pomocy współczynnika skośności, otrzymaliśmy, iż asymetria rozkładu wielkości zatrudnienia jest silna. Tak więc współczynnik asymetrii i współczynnik skośności dostarczyły nam różniących się nieco ocen, ale jeśli konsekwentnie dla całego badania przyjmiemy jeden sposób analizowania, nie będzie to miało dla nas dużego znaczenia. Wskaźnik i współczynnik skośności, mimo iż łatwiejsze do wyliczenia, nie dostarczają nam tak dokładnych ocen, jak trzeci moment centralny i współczynnik asymetrii.

Innym jeszcze parametrem związanym z kształtem rozkładu jest koncentracja, oznaczająca z jednej strony skupianie się wartości wokół średniej (tzw. kurtoza), z drugiej – równomierność rozłożenia ogólnej sumy wartości. Tym jednak nie będziemy już się zajmować.

W ten sposób dotarliśmy do końca tego artykułu. Wielu z Was, Czytelnicy, zapyta: ale po co nam to? Do tej pory z wyliczaniem takich podstawowych statystyk nie mieliśmy żadnych kłopotów - wystarczyło, że policzyliśmy jakieś średnie, udziały procentowe jednych wielkości w stosunku do drugich, czasem porównaliśmy ze sobą różne dane liczbowe i było dobrze. No, więc – po pierwsze, czy było dobrze – nie wiadomo. Niniejszy materiał miał zwrócić uwagę, że nie zawsze średnia jest dobrą miarą do charakteryzowania badanych grup i zjawisk pod kątem wybranej cechy. Że duże znaczenie dla oceny zbioru danych ma jego zróżnicowanie i charakter rozkładu. I że w sumie niedużym nakładem czasu (sił niekoniecznie, bo wiele z omawianych wskaźników i współczynników łatwo wyliczyć posługując się podstawowymi funkcjami statystycznymi Excela) możemy znacznie poprawić jakość analizy danych, a co za tym idzie wyciągnąć bardziej rzetelne wnioski. Ta podstawowa wiedza jest też niezbędna, żeby móc świadomie porównywać ze sobą różne zbiorowości, a tam, gdzie to jest potrzebne, właściwe dobierać próby badawcze.

Autorka: Lidia Kuczmierowska

Polecana literatura dla bardziej dociekliwych:
H. Kassyk-Rokicka, *Statystyka nie jest trudna*, PWE
A. Maksymowicz-Ajchel, *Wstęp do statystyki*, WUW

[2] Zauważmy, iż w tabeli prezentującej zatrudnienie w firmach I tury najczęściej występowała liczba 1 (1 zatrudniony pracownik), stąd dominanta wynosi 1.